

Frege i norsk språkdrakt

BOKOMTALE: Den første storstilte utgivelsen av Gottlob Freges verker på norsk har noen småfeil, men er alt i alt en vellykket oversettelse.

Av Ansten Klev, postdoktor i filosofi ved det Tsjekiske vitenskapsakademiet

Det er flere grunner til å være Einar Bøhn takknemlig for hans initiativ – etter hva man forstår av den foreliggende bokens forord, først påtenkt under et julebord i 2009 – til omsider å få [Gottlob Frege \(1848–1925\)](#) oversatt til norsk. Jeg nevner to.

For det første vil dette initiativet tette et gapende hull i norske bibliotekers og bokhandlers filosofihyller. Frege revolusjonerte logikken og anses av fagfilosofer i dag som en av filosofihistoriens virkelig store skikkelser, så det er bare rett og rimelig at han, i likhet med for eksempel [Platon](#), [Aristoteles](#), [Kant](#) og [Hegel](#) oversettes til norsk.

Vi ere en kulturnasjon, vi med, og til en kulturnasjons litteratur bør oversettelser av filosofihistoriens store verker høre. Slik gjøres disse verkene tilgjengelig for andre enn dem med lånekort hos et universitetsbibliotek og tilstrekkelig kyndighet i originalspråket; dessuten berikes både det oversettende språket selv og, etter mitt skjønn, også tenkningen som gjøres, eller i hvert fall kan gjøres, i dette språket. Riktignok er de fleste klassikere i dag oversatt til engelsk, men man skal hverken overvurdere den jevne boklesende nordmanns evne, ei heller hans vilje, til sånn uten videre å lese filosofi på engelsk; eller undervurdere verdien av å lese filosofi på ens eget morsmål.

For det andre, og i forlengelsen av dette siste poenget, får norske filosofistudenter med dette muligheten til å studere Frege på et språk som ikke bare er deres eget morsmål, men som også står Freges tysk mye nærmere enn hva engelsk gjør, språket Frege vel leses på av de fleste norske studenter i dag.

Selv om det kreves mindre ferdigheter i et fremmedspråk for å kunne lese dets faglitteratur enn dets skjønnlitteratur, kan man dessverre ikke forvente av dagens norske studenter at de kan lese filosofi på tysk. Når man så ikke har tilgang til originalteksten synes det for meg, *ceteris paribus*, mest fordelaktig å lese en morsmålsoversettelse. Oversettelser varierer selvfølgelig i kvalitet, så *cetera* er ikke alltid *paria*; men i hvert fall hva gjelder Freges blant studenter vel mest leste stykker – *Om mening og betydning* fra 1892 og *Tanken* fra 1918 – står oversettelsene i den foreliggende boken ikke noe tilbake for de engelske, for eksempel dem man finner i *The Frege Reader*.¹

Frege og den foreliggende boken

Gottlob Frege var, som en lang rekke andre store logikere etter ham – David Hilbert (1862–1943),

Gerhard Gentzen (1909–1945), Georg Henrik von Wright (1916–2003), Dag Prawitz (f. 1936) og Per Martin-Löf (f. 1942) – født langs Østersjøen, i Freges tilfelle nærmere bestemt i Wismar, ikke så langt fra Lübeck. Sitt yrkesliv tilbragte Frege i Jena, hvor han underviste i matematikk ved universitetet, i diverse stillinger, men aldri som innehaver av en lærestol.

Det sies ofte at Freges arbeider ble oversett i hans egen levetid; men de ble lest ikke så lenge etter de utkom av viktige samtidige matematikere og logikere som Georg Cantor (1845–1918), Richard Dedekind (1831–1916), Guiseppe Peano (1858–1932) og Ernst Schröder (1841–1902). Og det var under Freges egen levetid at hans verker øvde skjellsettende innflytelse på tre av de aller største filosofene i første halvdel av det tjuende århundre: Edmund Husserl (1859–1939), [Bertrand Russell \(1872–1970\)](#) og [Ludwig Wittgenstein \(1889–1951\)](#). For eksempel bemerket sistnevnte i forordet til *Tractatus logicus-philosophicus*, utgitt i 1922, at «jeg skylder en stor del av ansporingen til mine tanker» Freges «storartede verker».

MER OM FREGE: [Analytisk filosofi som metafysikk: Frege og Wittgenstein](#)

Kanskje ble disse Freges ringvirkninger samt det virkelig revolusjonerende i hans logikk allment kjent blant dem som bør kjenne til slike ting først i ettertid – enten med arbeidet til Wienerkretsen og dens allierte, eller først med den analytiske filosofien i etterkrigstiden – men Frege ble lest, og beundret, også i sin egen levetid. Freges tankegods vil jeg gå nærmere inn på nedenfor.

Oversettelsene i den foreliggende boken er gjort av Øystein Skar, kanskje kjent for leserne som oversetter av flere av Kants og [Nietzsches verker](#) til norsk. Einar Bøhn har foruten å være initiativtaker også stått for tekstutvalget samt en innledning. Boken er dessuten utstyrt med et kort etterord av Dagfinn Føllesdal, hvis magisteravhandling *Husserl und Frege* fra 1958 ikke bare er en klassiker innenfor [Husserl](#)-litteraturen, men også må regnes som et av de aller tidligste bidragene til Frege-litteraturen.

Tekstutvalget er det intet å utsette på. Freges mer tekniske arbeider innenfor logikken gjør bruk av en notasjon – av Frege kalt *Begriffsschrift*, av Skar oversatt som «begrepsskrift» – som kan virke skremmende, eller direkte frastøtende, på den som ikke er vant med eksotiske tegn. Av den grunn er det forståelig at disse arbeidene – selv om de til sammen bevirket en revolusjon av logikken – stort sett er utelatt fra tekstutvalget. Men bortsett fra det, og bortsett fra den fra et vitenskapsteoretisk standpunkt svært interessante artikkelserien *Om geometriens grunnlag* fra 1903 og 1906,² finner man her samtlige av Freges sentrale arbeider. Her finnes *Aritmetikkens grunnlag* fra 1884 oversatt i sin helhet; trioen av artikler som utkom i 1891–1892, inkludert *Om mening og betydning*; samt den andre trioen av artikler fra sent i Freges liv – 1918, 1919 og 1923 – som inkluderer *Tanken* og som samlet bærer tittelen *Logiske undersøkelser*. Ikke utelatt fra Freges to mer tekniske arbeider – bøkene *Begrepsskrift* fra 1879 og *Aritmetikkens grunnsetninger* (første bok) fra 1893 – er deres innledninger. Til sist har man tatt med et par ting fra Freges etterlatte skrifter: Et notat som går under tittelen *En utredning om mening og betydning*, datert 1895, og Bertrand Russells brev til Frege, samt dennes svar på dette brevet, hvor Russell gjør oppmerksom

på at en selvmotsigelse synes å være bevisbar i Freges logiske system.

Oversettelsen

Før jeg forsøker meg på en oversikt over noen av tankene nedfelt i den foreliggende boken, kan det være på sin plass med et par kommentarer til selve oversettelsen. Stort sett synes jeg den er vellykket. Norsken flyter godt og er originalen i det store og hele tro. Innvendingene jeg har mot oversettelsen vil jeg dele inn i dem rettet mot åpenbart bevisste valg og dem rettet mot feiltrinn som etter alt å dømme kommer av utilstrekkelig forståelse av originalteksten og dens sammenheng.

Skar har gjennomgående tatt seg friheten å stykke opp Freges setninger i kortere setninger. Når man har med svært innfløkt syntaks å gjøre kan en slik inngripen rettferdiggjøres, all den stund norsk grammatikk ikke tåler alle de krumspring som tysk tillater. Men Freges syntaks er som regel gjennomslukt, så det er vanskelig i dette tilfellet å se hensikten med et slikt grep. Det kan også lede galt av sted, for eksempel når relativsetninger gjøres til helsetninger, siden man da må bestemme seg for relativpronomenets korrelat. Følgende kjente passasje fra *Aritmetikkens grunnsetninger* kan tjene som eksempel:

Hvis det at noe er sant, er uavhengig av at det anerkjennes av en eller annen, da er heller ikke sannhetens lover psykologiske lover, men derimot grensepæler befestet i en evig grunnmur. Riktignok kan denne grunnmuren forkludres av vår tenkning, men den kan ikke forrykkes. (s. 204)

Hos Frege har vi her kun én setning. Jeg har sans for Skars valg av «grensepæler» som oversettelse av Freges *Grenzsteine*; men Freges *Grund* er vel best oversatt til norsk som «grunn» snarere enn «grunnmur» (pæler er vel festet i en grunn, ikke i en grunnmur). Avslutningen av en mer tro oversettelse ville derfor lyde for eksempel slik: «... grensepæler befestet i en evig grunn, som riktignok kan forkludres av vår tenkning, men ikke forrykkes.»

Her, som i originalen, men ikke som i Skars oversettelse, er det opp til leseren å bestemme om det er den evige grunnen (grunnmuren hos Skar) eller grensepælene befestet i den som kan forkludres, men ikke forrykkes av vår tenkning.

Skar har også tatt seg friheten å dele opp Freges ofte svært lange avsnitt i flere mindre avsnitt. For eksempel forekommer setningen oversatt ovenfor i originalen i noe som er ett enkelt avsnitt over to tettskrevne sider, men som i oversettelsen har blitt til syv avsnitt. En slik inngripen synes jeg grei. Selvfølgelig er det en viss risiko knyttet til den, men i min lesning har jeg ikke lagt merke til noen av oversetteren innførte avsnittsinndelinger som i seg selv på noen måte skulle kunne hindre tekstforståelsen.

Gegenstand, Sinn og andre tekniske termer

Jeg går nå over til innvendinger av mer innholdsmessig art. Den viktigste av disse er rettet mot

valget om å oversette Freges *Gegenstand* med «objekt». Når vi på norsk har det flotte ordet «gjenstand» er dette et for meg uforståelig grep. På engelsk er riktignok *object* den eneste mulige oversettelsen av *Gegenstand*, men på norsk brukes vel «objekt» først og fremst enten i en grammatisk eller i en merkantilsk sammenheng (man snakker for eksempel om et investeringsobjekt, eller en selger kan snakke om et «et meget pent objekt»). Nå er *Gegenstand* hos Frege en teknisk term og på det grunnlag kunne man hevde at det derfor også bør oversettes med et teknisklydende ord. Men *Gegenstand* er et hverdagspråklig tysk ord, akkurat som «gjenstand» er et hverdagspråklig norsk ord. Heldigvis, hadde jeg nær sagt, er «gjenstand» brukt i den av bokens tekster som antakeligvis vil bli mest lest, nemlig *Om mening og betydning*. Hadde jeg nær sagt: Dette er heldig for den som kun leser *Om mening og betydning*, men uheldig for den som leser denne sammen med for eksempel *Begrep og objekt*, eller sogar *En utredning om mening og betydning*, hvor – og dette er svært uheldig – «objekt» er brukt som oversettelse.

MER OM UTGIVELSEN: [Freges skrifter til norsk](#)

Den tekniske termen hos Frege som uten tvil volder engelske oversettere mest hodebry er *Bedeutung*. Dette ordet har til engelsk blitt oversatt med blant annet *reference*, *designation* og *nominatum*, og har sogar blitt stående uoversatt i *The Frege Reader*. Vi er derfor heldige som på norsk har ordet «betydning».

Hva vi mangler på norsk – og her stiller vi likt med svensk og dansk, så vel som med nederlandsk – er en god oversettelse av *Sinn*. Skar har her valgt «mening», og det er vel kanskje det beste alternativet norsk har å tilby.

At «mening» og «betydning» ofte kan brukes om hverandre er intet argument mot en slik oversettelse, siden det samme gjelder for *Sinn* og *Bedeutung*. Derimot skurrer det litt hos meg når stort sett samtlige forekomster av *Sinn* hos Frege har blitt oversatt med «mening». For eksempel skurrer det når «ohne das Wort im mathematischen Sinn zu gebrauchen» blir «uten å bruke ordet i matematisk mening» (s. 148). I slike sammenhenger, hvor det forøvrig er åpenbart at Frege ikke benytter *Sinn* i teknisk forstand, er det vel nettopp dette ordet «forstand» som er den foretrukne oversettelsen av *Sinn*.

La meg kort diskutere oversettelsen av et par videre tekniske termer hos Frege. I *Begrepsskrift* innføres termen *beurtheilbarer Inhalt*. Denne termen betegner meningsinnhold som har den rette formen til at det kan være innholdet til en dom. Meningsinnholdet til et navn har ikke den påkrevde formen, mens meningsinnholdet til en setning har det. For eksempel kan ikke meningsinnholdet til navnet «[Aristoteles](#)» isolert tjene som innholdet til en dom, men innholdet til setningen «Aristoteles var fra Stageira» kan gjøre det. Bortsett fra det stedet hvor denne termen forekommer i det oversatte utdraget av *Begrepsskrift* (s. 29) har Skar oversatt den med «innhold som kan bedømmes». Det mer kompakte «dømbart innhold» ville være en annen mulighet.

I innledningen til *Aritmetikkens grunnsetninger* legger Frege stor vekt på skjelningen mellom det

som i hans tysk kalles *Fürwahrhalten* og *Wahrsein*. Disse uttrykkene er som regel oversatt med henholdsvis «det å holde for sant» og «det å være sant», men i hvert fall ett sted i oversettelsen forekommer nydannelsen «forsantholden». Dette ordet lyder fortreffelig i mine ører, og jeg skulle gjerne sett det brukt over det hele i stedet for det noe tungvinte «det å holde for sant».

LES OGSÅ: [Fra analyse til syntese](#)

En annen fin nyvinning er bruken av «å avskrive» som ditransitivt verb i sammenhengen «å avskrive et subjekt et predikat». Dette oversetter *absprechen* og er dannet etter mønster av «å tilskrive et subjekt et predikat», hvor det tyske verbet er *zusprechen*. Betydningen burde være klar: Jeg avskriver dieselbiler predikatet miljøvennlig idet jeg sier at dieselbiler ikke er miljøvennlige.

Freges første bok het *Begriffsschrift*, et navn som også bæres av det formelle språket først presentert der og senere videreutviklet i *Aritmetikkens grunnsetninger*. Til engelsk blir dette navnet som regel oversatt med *concept script* eller *conceptual notation*, om ikke det blir stående uoversatt. Jonathan Barnes har imidlertid argumentert, overbevisende etter mitt skjønn, for at *ideography* er å foretrekke, et ord man gjenkjenner i den franske oversettelsen av Freges bok – *Idéographie*.³ «Ideografi» ville jo også være en mulig norsk oversettelse, men Skar har altså foretrukket det germanske «begrepsskrift».

Noen feiltrinn

På kontoen for feiltrinn må nok oversetterens anmerkninger (s. 134) vedrørende Freges bruk av ordene *Wortsprache* og *Zeichensprache* i *Funksjon og begrep* føres. Frege beskriver der hvordan funksjonsbegrepet i matematikken litt etter litt har blitt utvidet. Først hadde man å gjøre med de grunnleggende regneartene, slik at en funksjon kunne karakteriseres som en såkalt avhengig variabel størrelse dannet av én eller flere uavhengig variable størrelser sammen med konstante størrelser ved hjelp av de grunnleggende regneartene. For eksempel er $3x^4+2$ en funksjon i henhold til denne beskrivelsen, dannet ved hjelp av addisjon, multiplikasjon og potensering fra den uavhengig variable størrelsen x og de konstante størrelsene 2, 3 og 4. Man gikk så videre til også å tillate andre operasjoner i dannelsen av den avhengig variable størrelsen, for eksempel sinus- og cosinus-funksjonene, såvel som limes-overganger, slik at for eksempel $\sum_{n=0}^{\infty} x^n/n!$ kunne anses som en funksjon av x . Dette innebærer en generalisering fra det tidligere stadiet, men funksjonene dannes fortsatt ved hjelp av operasjoner som betegnes av matematiske symboler. Det er disse symbolene Frege sikter til når han snakker om analysens tegnspråk, *die Zeichensprache der Analysis*. Rundt midten av 1800-tallet gikk matematikere imidlertid enda et skritt videre og beskrev funksjoner hvis betegnelser ikke kan dannes i dette tegnspråket. Et velkjent eksempel er funksjonen som tar verdien 1 for rasjonale tall og verdien 0 for irrasjonale tall, først påtenkt av den tyske matematikeren Gustav Lejeune Dirichlet (1805–1859). I beskrivelsen av denne funksjonen er man henvist til det Frege kaller *die Wortsprache*, som altså er språket i vanlig forstand, så som norsk eller tysk, snarere enn matematikkens notasjon. Det er altså direkte feil når det i

oversetterens anmerkninger sies at *die Wortsprache* er et språk beregnet for øret, mens *die Zeichensprache* er et språk beregnet for øyet.

Det er flere slike feil i oversettelsen av matematisk terminologi. I samme avsnitt (s. 134) oversettes *Umkehrung* i sammenhengen «... Addition, Multiplikation, Potenzierung und deren Umkehrungen ...» med «omsnuing», noe som burde vært «invers»: Subtraksjonen er addisjonens invers, divisjon multiplikasjonens, og rotuttrekning er potenseringens invers.

Dualitet er et viktig matematisk begrep, som fikk mye oppmerksomhet i og med utviklingen av såkalt projektivisk geometri på 1800-tallet. Om man antar at man lever i en to-dimensjonal verden gjelder det at hvis man i et hvilket som helst av den projektiviske geometriens utsagn bytter om rollene til begrepene «punkt» og «linje», så vil det opprinnelige utsagnet være et teorem hvis og bare hvis det nye utsagnet er et teorem. Dette faktum kalles dualitetsprinsippet. I tre-dimensjonal projektiv geometri sier dualitetsprinsippet at hvis man bytter om rollene til begrepene «punkt» og «plan», så er det opprinnelige utsagnet et teorem hvis og bare hvis det nye utsagnet er et teorem. Det er til dette tre-dimensjonale dualitetsprinsippet Frege sikter i sin beskrivelse av «fornuftsvesener, for hvem bare de projektiviske egenskaper og relasjoner er anskuelige» i §26 av *Aritmetikkens grunnlag* (s. 62). Selv om det skulle hende at hva ett slikt vesen oppfatter som plan, oppfatter et annet som punkt, ville disse vesenene likevel, på grunn av dualitetsprinsippet, kunne kommunisere med hverandre uten å merke denne forskjellen. Det må derfor ligge en misforståelse til grunn når *immer dualistisch entsprechend* i denne sammenhengen blir til «alltid strake motsetninger» — det burde vært noe slikt som «alltid dualistisk svarende til hverandre».

Og apropos geometri blir *abtragen* i et referat fra Euklids *Elementer* (s. 116) til «å ta bort», mens det burde vært «å avsette»: Man avsetter et linjestykke på et annet, man tar det ikke tar bort.

Heldigvis forstyrer ikke feil som disse lesningen i noen særlig grad. Verre er det kanskje med et par trykk- eller slurvefeil som har lurt seg inn her og der.

Jeg tenker særlig på Freges bevis i *Aritmetikkens grunnlag* §73 at antallet som tilkommer et begrep *F* er lik antallet som tilkommer et begrep *G* når *F* og *G* er liketallige (s. 100). Her blir det etter hvert surr med bokstavene innført som navn på vilkårlige begrep, og dette gjør beviset slik det står uforståelig. Noe liknende skjer på sidene 143 og 144 hvor to likheter har falt ut, med det resultat at teksten blir uforståelig.

Revolusjonen av logikken

Men dette får være nok pirk. Om man skal forsøke å danne seg et helhetlig bilde av Freges filosofi er det nyttig å gå til innledningen av *Begrepsskrift*, Freges første verk. Frege beskriver der hvordan han ble ansporet til idéen om det logiske systemet som skulle få navnet «begrepsskrift», og som danner hovedtemaet for denne boken ved samme navn.

Utgangspunktet var en inndeling av alle sannheter som behøver en begrunnelse i to klasser: De som kan gis en rent logisk begrunnelse, altså uten at man gjør bruk av erkjennelser om tings spesifikke beskaffenhet; og de hvis begrunnelse behøver støtte fra erfaringen. Frege stilte seg så spørsmålet: Til hvilken av disse to klassene hører aritmetikkens sannheter?

Aritmetikk, det bør kanskje sies, er vitenskapen om de naturlige tallene: 0, 1, 2, 3, osv. Altså, til hvilken av disse to klassene hører en likhet som $2+2=4$ og en læresetning som «det finnes uendelig mange primtall»? Dette spørsmålet er på mange måter ledestjernen for så godt som alt av Freges arbeid opp til og med utgivelsen av andre bok av *Aritmetikkens grunnsetninger* i 1903.

MER OM FREGE: [Frege om logikk og begrepsanalyse](#)

Frege fortsetter innledningen til *Begrepsskrift* ved å si at det var i forsøket på å besvare dette spørsmålet at han så seg nødt til å utvikle et instrument som egnet seg bedre til analysen av aritmetikkens teoribygge enn hva et naturlig språk som tysk gjorde. Og det var i og med skapelsen av dette instrumentet at Frege revolusjonerte logikken. Det gjorde han først og fremst ved å innføre en ny logisk syntaks, en ny idé om hvordan en dom er bygget opp. I henhold til den [Aristoteliske](#) logikken har en dom grunnformen « S er P », hvor S og P er såkalte generelle termer, som for eksempel «bil» eller «miljøvennlig». Til denne grunnformen kommer et par videre formelle elementer som bestemmer dommens såkalte kvantitet, kvalitet og modalitet (lesere av Kant vil her nikke gjenkjennende). For eksempel er kvantiteten allmenn og kvaliteten positiv i dommen «alle biler er miljøvennlige»; i dommen «noen biler er ikke miljøvennlige» er kvantiteten partikulær og kvaliteten negativ; modaliteten til en dom bestemmer hvorvidt predikatet P utsies med nødvendighet, med mulighet eller likefremt om subjektet S . Selv om for eksempel den tyskspråklige bøhmiske filosofen, matematikeren og teologen Bernard Bolzano (1771–1848) i sin to tusen sider tellende *Vitenskapslære* fra 1837 innførte en rekke logiske nyvinninger, holdt han seg i det store og hele til den Aristoteliske syntaksen.⁴ Det er først med Frege at vi får en grunnleggende ny logisk syntaks.

Ifølge Frege må en dom forstås som en påstand av et dømbart innhold, skrevet $?A$, hvor A er det dømbare innholdet og $?$ betegner påstandskraft. Kanskje viktigere er det andre skrittet i Freges domsanalyse: Det dømbare innholdet A har formen $F(a)$, funksjon anvendt på argument. Ifølge Frege har alle dømbare innhold denne formen: Ikke bare innhold som det uttrykt av setninger av typen "Sokrates har oppstoppernese", men også innhold som det uttrykt av setninger av typen «ikke alle biler er miljøvennlige». Det ville ta oss for langt av gårde å gå inn i detaljene vedrørende hvordan Frege tenkte seg dette – den interesserte leser henvises til Freges egen fremstilling i *Funksjon og begrep* fra 1891, oversatt i den foreliggende boken.

Det viste seg i alle fall at ved hjelp av dette tilsynelatende simple grepet kunne Frege skape et logisk språk som er mye mer finmasket enn hva den Aristoteliske tradisjonen kunne tilby, så finmasket at det var tilstrekkelig for Freges hensikter å analysere aritmetikkens

teoribygg. Den logikken studenter lærer i dag er i det store og hele en etterkommer av Freges begrepsskrift.

Ontologi og språkfilosofi

I forlengelsen av sin analyse av domsinnhold som funksjon anvendt på argument utvikler Frege noe man kan kalle en logikkens ontologi. Denne ontologien utgjøres av et hierarki av typer av entiteter. På bunnen av hierarkiet finner man gjenstander. «Gjenstand» er altså, som allerede nevnt, en teknisk term for Frege, og betegner ting som, slik Frege beskriver dem, helt på det rene med det metaforiske og upresise ved slik språkbruk, er «mettede» eller «fullstendige». Alle andre typer i hierarkiet består av funksjoner. Fremholdende bruken av metaforer beskriver Frege funksjoner som «umettede» og «ufullstendige» – de trenger ett eller flere argumenter for å mettes eller fullstendiggjøres. For eksempel er addisjon, +, en funksjon som trenger to argumenter for å mettes. Typen til en funksjon kan man si er bestemt av dens grad av umettethet. For eksempel er addisjon av en annen type enn, si, etterfølger-funksjonen, en funksjon som tar ett naturlig tall som argument og gir det etterfølgende tallet som verdi, slik 5 er etterfølgeren til 4, som i sin tur er etterfølgeren til 3. Det viser seg at man også kan ha funksjoner som mettes av andre funksjoner, og dette faktum gir opphav til et ordentlig hierarki, nå for tiden ofte kalt det enkle typehierarkiet (i motsetning til typehierarkiet man finner i Russell og Whiteheads *Principia Mathematica*, som kalles forgrenet). Det er klart at alt dette er nokså abstrakt, og først fremst ønsket ut med hensyn på matematikken. Man skal derfor være forsiktig med å lete i den empiriske verden etter eksempler på gjenstander og funksjoner i Freges forstand.

LES OGSÅ: [Hva skal vi med språkfilosofi?](#)

Det er nærliggende å tro at også skillet mellom mening (*Sinn*) og betydning ble oppdaget i løpet av en refleksjon over begrepsskriftet og dets bruk i analysen av aritmetikkens teoribygg. Særlig nærliggende er det å tro at Frege kom frem til dette skillet ved refleksjon over hvordan identitetsrelasjonen må forklares. Ifølge Freges forklaring av denne relasjonen i *Begrepsskrift* – oversatt i den foreliggende boken – er en identitetsdom som for eksempel $2+2=4$ etter Freges eget sigende syntetisk (s. 27). Som vi snart skal se ønsket Frege imidlertid å vise at alle aritmetiske erkjennelser er analytiske, og da er han helt klart ille ute om selv enkle likninger skulle måtte anses som syntetiske. Altså kreves det en annen forklaring av identitetsrelasjonen. Med sin drøftelse omkring identitetsrelasjonen i innledningen til artikkelen *Om mening og betydning* henter Frege om at en slik forklaring førte ham til å skjelne mellom mening og betydning.

Logisisme

Spørsmålet Frege stilte seg i innledningen til *Begrepsskrift* var altså om aritmetikkens sannheter kan begrunnes rent logisk eller om mer spesifikke erkjennelser må til. Svaret Frege gir – ikke helt tydelig i *Begrepsskrift* selv, men med all mulig tydelighet i *Aritmetikkens grunnlag* – er at aritmetikkens sannheter hører til den første klassen: De kan bevises ved hjelp av logikk alene.

Oppfatningen at aritmetikken på et eller annet vis kun er en del av logikken blir gjerne kalt logisisme. Det finnes imidlertid ulike måter å karakterisere logisismen nærmere på. Selv har jeg funnet det nyttig å skille mellom to typer av karakteriseringer: Den ene av en mer vitenskapsteoretisk art, den andre av en mer allment erkjennelsesteoretisk art, med utgangspunkt i noen begrepspar fra Kants filosofi.

Den første karakteriseringen finner man i [Rudolf Carnaps](#) beskrivelse av logisismen fra et foredrag han holdt på en konferanse i Königsberg i 1930.⁵ Jeg siterer:

Vi spalter logisismetesen opp i to delteser (...):

- 1) De matematiske begreper kan utledes fra logiske begreper, og det gjennom eksplisitte definisjoner;
- 2) de matematiske læresetninger kan utledes fra logiske grunnsetninger, og det gjennom rent logiske deduksjoner.

Man tenker seg altså matematikken, eller mer spesielt aritmetikken, som en samling av læresetninger. Disse læresetninger tenker man seg videre som utledet fra visse grunnsetninger, ofte kalt aksiomer. Logisismens annen deltese ifølge Carnap sier at man kan anta at disse grunnsetningene er av rent logisk art, samt at utledningene kan antas å anvende kun logiske slutningsregler, altså ingen slutningsregler som er spesifikke for et visst vitensområde (slik man kunne tenke seg at matematisk induksjon er spesifikt for aritmetikken). Innholdet til matematikkens læresetninger er bygd opp av visse begreper. Og slik aritmetikkens læresetninger er utledet fra grunnsetninger, er aritmetikkens begreper, om de ikke allerede er primitive, utledet fra grunnbegreper, nemlig gjennom definisjon. Logisismens første deltese ifølge Carnap sier at man kan anta at disse grunnbegrepene er av rent logisk art, samt at definisjonene er eksplisitte, det vil si ganske enkelt at definisjonene kun tjener til å innføre forkortelser. At Frege forfekter Carnaps to delteser går klart frem blant annet av hans program i *Aritmetikkens grunnsetninger*.

Den andre karakteriseringen av logisismen tar utgangspunkt i følgende begrepspar fra Kant:

forstand — sanselighet

begrep — anskuelse

analytisk — syntetisk

[Kant](#) skiller som kjent de to sjelsevnene forstand og sanselighet som kilder hvorfra all vår erkjennelse stammer. Gjennom sanseligheten er gjenstander gitt oss, og gjennom forstanden er de tenkt. Videre skiller Kant mellom begreper, som de forestillinger forstanden leverer, og anskuelser, som de forestillinger sanseligheten leverer. Svarende til disse to sjelsevnene og typene av

forestillinger ser Kant for seg to vitenskaper: [Estetikk](#) er vitenskapen om reglene som styrer bruken av sanseligheten overhodet og [logikk](#) vitenskapen om reglene som styrer bruken av forstanden overhodet (A52/B76). Med utgangspunkt i en slik doktrine kunne man beskrive logisisme som tesen at aritmetisk erkjennelse har sin kilde i forstanden. Logisisme kan således kontrasteres med estetisisme som tesen at aritmetisk erkjennelse har sin kilde i sanseligheten, en tese Kant vel forfekter idet han sier (A143/B182):

Tallet er altså ikke noe annet enn den syntetiske enhet av mangfoldet i en likeartet anskuelse overhodet som fremkommer ved at jeg frembringer tiden selv i anskuelsens oppfattelse.⁶

Logisisme sådan karakterisert har altså mer å gjøre med kilden til aritmetisk erkjennelse enn med oppbygningen av aritmetikken som aksiomatisk vitenskap.

I den grad Frege i det hele tatt gjør bruk av denne kantianske skjelningen er det snarere under merkelappene «fornuft» versus «sanselighet». Jeg sikter da til for eksempel følgende berømte passasje fra *Aritmetikkens grunnlag* §105 (s. 123):

I aritmetikken beskjeftiger vi oss med gjenstander som ikke blir kjent for oss gjennom sansenes formidling som noe fremmed utenfra, men som snarere er gitt umiddelbart for fornuften, og som denne fullstending kan gjennomskue som sine aller mest egne gjenstander.

En mye mer sentral plass i *Aritmetikkens grunnlag* er levnet skjelningen mellom analytiske og syntetiske dommer. Allerede i begynnelsen av boken (§3) gir Frege en i forhold til Kant ny beskrivelse av disse typer av dommer. En dom er analytisk ifølge Frege om den kan begrunnes kun på grunnlag av logiske lover; den er syntetisk om dette ikke er mulig, altså om dens begrunnelse må gjøre bruk av erkjennelser som vedrører et spesifikt vitensområde. Man gjenkjenner her de to klassene av sannheter Frege skjelnet mellom i innledningen av *Begrepsskrift* beskrevet ovenfor. Og spørsmålet er igjen til hvilken av disse to klasser aritmetikkens sannheter hører.

Om svaret at aritmetikkens sannheter er analytiske i Freges forstand skal være godt underbygget må det altså fremvises faktiske begrunnelser, virkelig matematiske bevis, av aritmetikkens grunnsetninger fra rent logiske lover. Dermed er programmet satt som ble påbegynt i *Begrepsskrift*, som videreføres *Aritmetikkens grunnlag*, og som etter planen skulle fullføres i *Aritmetikkens grunnsetninger*.

Drømmen som brast?

Dessverre klarte ikke Frege å fullføre dette programmet. Det viste seg nemlig, først for den unge [Bertrand Russells kvikke sinn](#) og deretter for Frege selv så fort Russell ga ham beskjed, at man i Freges logiske system kan utlede en selvmotsigelse. At dette er mulig betyr at det må ligge en feil ett eller annet sted i dette systemet, enten i dets aksiomer eller i dets slutningsregler. Frege var

rask til å utpeke den såkalte Grunnsetning V som syndebukken, en setning som har til følge at enhver funksjon er entydig tilordnet en gjenstand, kalt funksjonens verdiforløp (det er merkverdig at Frege, som hadde lest Cantor og dennes bevis at potensmengden til en mengde har større kardinalitet enn mengden selv, ikke selv fattet mistanke om ugler i mosen her). Det ville gå for langt her å se nærmere på de tekniske aspektene ved alt dette. Fortellingen er i alle fall den, at Frege med denne oppdagelsen sommeren 1902, etter å ha arbeidet i over tjue år med aritmetikkens grunnlag, ble motløs og preget av tungsinn, en sinnsstemning som vel ikke ble bedre av at hans kone døde i 1904.⁷

Om Freges program i det hele tatt lar seg fullføre er et spørsmål jeg ikke vil drøfte her. Men det kan være møyen verdt kort å se på andre filosofer og matematikere som har forfektet logisismen. Matematikeren Richard Dedekind er interessant i så måte, blant annet fordi han flere steder understreker forstandens rolle som kilde til aritmetisk erkjennelse. Dessuten kan hans *Hva er og hva skal tallene?* fra 1888,⁸ som Frege visstnok holdt et semesterlangt seminar om allerede i 1889, tas til inntekt for logisisme i Carnaps forstand.

Carnap selv, og flere andre av [Wienerkretsens medlemmer](#), anså logisismen som den eneste matematikkfilosofien det var mulig å forene med empirisme. Riktignok forfektet de et logikksyn som var fjernt fra Freges. Logikk for dem var ikke en vitenskap bestående av læresetninger av den aller mest allmenne art; snarere anså de, under innflytelse av Wittgensteins *Tractatus*, logikkens setninger som ikke utsierende noe som helst, nærmest som en slags levninger etter bruken av språket overhodet. Logisismen for de logiske empiristene var således en tese om at heller ikke matematikken utsier noe som helst, men kun fremviser trekk eller egenskaper ved språket.⁹

I senere tid har merkelappen «logisisme», nærmere bestemt «ny-logisisme», først og fremst blitt brukt om Crispin Wright og Bob Hales matematikkfilosofi.¹⁰ For oss er det kanskje tilstrekkelig å bemerke at disse filosofene, mens de argumenterer for at aritmetiske dommer er analytiske, uttrykkelig benekter Carnaps første deltese, nærmere bestemt klausulen om eksplisitet: Ikke alle aritmetiske begreper er eksplisitt definerte fra logiske; snarere er det ett aritmetisk begrep – la oss kalle det *antall* – som er innført ved en implisitt definisjon, nemlig ved at det såkalte Humes prinsipp, hvor begrepet *antall* forekommer, er postulert å være sant.

Frege's tredje rike

Frege's logisisme dannet et – la oss kalle det – objektivistisk alternativ til logikk- og matematikkfilosofien som var gjeldende i Tyskland i annen halvdel av det nittende århundre. Denne omtales gjerne som psykologistisk. Jeg vil ikke driste meg til å gi en karakteristikk av psykologismen, men tendensen var vel at man søkte å basere filosofien på psykologiske erkjennelser. Slik kunne man for eksempel anse som en fullverdig forklaring av tallbegrepet en redegjørelse for hvordan dette begrepet dannes i sinnet, hvordan man når frem til det. Likeledes kunne en doms sannhet forklares som allmenn godkjennelse blant de dømmende.

Mot en slik tarvelig subjektivisme fremholdt Frege at selve tallbegrepet – som jo ligger til grunn for en objektiv, intersubjektiv vitenskap – må skilles fra hver enkelts forestilling om tall; og at sannhetsbegrepet ikke på noen måte kan tilbakeføres til den dømmendes forsantholden.

Frege mente også at meninger i hans tekniske forstand, og i særdeleshet tanker, som er setningers meninger, har en objektiv tilværelse, at de altså ikke som sådan er deler av subjekters bevissthet. I den sene artikkelen *Tanken* leder dette Frege til å fremsette hva han kaller «et tredje rike», hvor tanker har tilhold. Som et *tredje* rike er dette værensområdet ulikt både den empiriske ytre virkeligheten – det første riket – og den indre bevisstheten – det andre riket. Mot slutten av denne artikkelen gir Frege også en redegjørelse for hvordan man har adgang til dette tredje riket og hvordan dets innvånere virker inn på det første riket. I denne sammenheng kan det kanskje nevnes at bruken av ordet *proposition* i samtidig engelskspråklig filosofi ser ut til å stamme fra Bertrand Russells oversettelse av Freges term *Gedanke* til engelsk i hans oversikt over Freges filosofi i *Principles of Mathematics* fra 1903. I tradisjonell logikk betød jo *propositio* snarere en fremsatt dom, altså en viss talehandling, heller enn innholdet til en dom.

Vellykket oversettelse

La meg avslutte med et par oppsummerende bemerkninger vedrørende den anmeldte boken. Som sagt synes jeg oversettelsen stort sett er vellykket. Særlig gjelder dette for de ofte leste *Om mening og betydning* og *Tanken*. Jeg går ut i fra at disse nå vil bli tatt i bruk ved norske læresteder. I *Aritmetikkens grunnlag* og *Funksjon og begrep* går det galt noen steder, men det er ikke verre enn at også disse skulle kunne brukes i seminarer; i sistnevnte er det jo først og fremst snakk om trykkfeil som leseren vil kunne rette på selv. Om det skulle bli et annet opplag kunne det være nyttig å ta med en kort innledning til hver av de oversatte tekstene, som orientering for den som med denne boken tar fatt på Frege for første gang.

LES MER: [Analytisk filosofi: Realisme eller lingvistisk idealisme?](#)

Noter

¹ Denne mye brukte samlingen av mange av Freges tekster er redigert av Michael Beaney og utkom i 1997 (Oxford).

² *Über die Grundlagen der Geometrie*, utgitt stykkevis og delt i bind 12 og 15 av *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*.

³ *L'idéographie, un langage formulaire de la pensée pure construit d'après celui de l'arithmétique* (Paris 1999). Barnes' artikkel *What is a Begriffsschrift?* kom på trykk i bind 56 av *Dialectica*.

⁴ *Wissenschaftslehre* (1837 Sulzbach). En komplett engelsk oversettelse er nylig utkommet, *Theory*

of Science (Oxford 2014).

⁵ Foredraget kom på trykk året etter i andre bind av tidsskriftet *Erkenntnis* under tittelen *Die logizistische Grundlegung der Mathematik*. Engelsk oversettelse finnes i Paul Benacerraf og Hilary Putnams *Philosophy of Mathematics. Selected Readings* (Cambridge 1983).

⁶ Utdraget er hentet fra *Kritikk av den rene fornuft* (Oslo 2009), oversatt av Steinar Mathisen, Camilla Serck-Hanssen og Øystein Skar.

⁷ Einar Bøhn skriver i sitt forord (s. 9) at Frege med sin kone Margarete fikk to barn, som begge døde unge. Denne informasjonen finner man flere steder, både i Frege-litteraturen og på internett, og stammer visstnok fra Wittgenstein; men den er feil. Deres ekteskap forble barnløst. For mer informasjon se Lothar Kreislers biografi om Frege, *Gottlob Frege: Leben — Werk — Zeit* (Hamburg 2001), sidene 497–504. At det finnes en 600 sider lang biografi om Frege sår også tvil om Bøhns påstand at «vi vet lite om Freges personlige liv» (ibid.).

⁸ *Was sind und was sollen die Zahlen?* (Braunschweig 1888). En engelsk oversettelse finnes i William Ewalds antologi *From Kant to Hilbert* (Oxford 1996).

⁹ Se for eksempel Hans Hahns hefte *Logik, Mathematik, Naturerkennen* (Wien 1933).

¹⁰ De fleste av deres artikler er samlet i *The Reason's Proper Study* (Oxford 2001), hvor man også finner en nyttig innledning.